# Universidade de Mogi das Cruzes – UMC

Campos Villa Lobos

*Cálculo Diferencial e Integral II*
*Parte III*

*Engenharia Civil* *Engenharia Mecânica*

Profa. Marília Rocha – marilia@umc.br
1º semestre de 2015

## 1.1. Integração por Partes

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções deriváveis no intervalo $I$, pela derivada do produto, temos:

$$\left[f(x).g(x)\right]' = f(x)'.g(x) + f(x).g'(x)$$

$$f(x).g'(x) = \left[f(x).g(x)\right]' - f(x)'.g(x)$$

$$\int f(x).g'(x)\ dx = \int \left[f(x).g(x)\right]' dx - \int f(x)'.g(x)\ dx$$

$$\int f(x).g'(x)\ dx = f(x).g(x) - \int f(x)'.g(x)\ dx$$

Na prática, para $u = f(x)$ e $v = g(x)$, temos $du = f'(x)dx$ e $dv = g'(x)dx$. Substituindo na fórmula anterior obtemos a fórmula de integração por partes:

$$\int udv = uv - \int vdu$$

### 1.1.1. Exemplos

1. Calcular as integrais das seguintes funções, por partes:

1.1. $\int x.e^x dx$

$u = x \quad \Rightarrow du = dx$

$dv = e^x dx \quad \Rightarrow v = \int e^x dx = e^x$

$\int udv = uv - \int vdu =$

$\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + c = e^x(x-1) + c$

1.2. $\int x^2.senxdx$

$u = x^2 \quad \Rightarrow du = 2xdx$

$dv = senxdx \Rightarrow v = \int senxdx = -\cos x$

$\int udv = uv - \int vdu =$

$\int x^2.senxdx = x^2(-\cos x) - \int(-\cos x)2xdx = -x^2\cos x + 2\int x\cos xdx$

Resolvemos a integral $\int x\cos xdx$, também por partes:

$\int x\cos xdx$

$u = x \quad \Rightarrow du = dx$

$dv = \cos xdx \Rightarrow v = \int \cos xdx = senx$

$$\int udv = uv - \int vdu =$$
$$\int x\cos xdx = xsenx - \int senxdx$$

Substituindo na integral anterior, temos:

$$\int x^2.senxdx = -x^2\cos x + 2\int x\cos xdx$$
$$\int x^2.senxdx = -x^2\cos x + 2[xsenx - \int senxdx] = -x^2\cos x + 2xsenx - 2\int senxdx$$
$$\int x^2.senxdx = -x^2\cos x + 2xsenx + 2\cos x + c$$

1.3. $\int e^x.\cos xdx$

$$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$$
$$dv = \cos xdx \Rightarrow v = \int \cos xdx = senx$$

$$\int udv = uv - \int vdu =$$
$$\int e^x.\cos xdx = e^x senx - \int senx.e^x dx = e^x senx - \int e^x senxdx$$

Resolvemos a integral $\int e^x senxdx$, também por partes:

$$\int e^x senxdx$$
$$u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$$
$$dv = senxdx \Rightarrow v = \int senxdx = -\cos x$$

$$\int udv = uv - \int vdu =$$
$$\int e^x senxdx = e^x(-\cos x) - \int (-\cos).e^x dx = -e^x\cos x + \int e^x\cos xdx$$

Note que a integral $\int e^x\cos xdx$ é a mesma integral procurada. Substituindo na integral anterior, temos:

$$\int e^x.\cos xdx = e^x senx - \int e^x senxdx$$
$$\int e^x.\cos xdx = e^x senx - (-e^x\cos x + \int e^x\cos xdx)$$
$$\int e^x.\cos xdx = e^x senx + e^x\cos x - \int e^x\cos xdx$$
$$2\int e^x.\cos xdx = e^x senx + e^x\cos x$$
$$\int e^x.\cos xdx = \frac{e^x senx + e^x\cos x}{2}$$
$$\int e^x.\cos xdx = \frac{e^x(senx + \cos x)}{2} + c$$

### 1.1.2. Exercícios

1. Calcular as integrais das funções abaixo, por partes:

1.1. $\int xsenxdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int xsenxdx =$ | | |
| | | |
| | | |

1.2. $\int (3x+7)\cos xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int (3x+7)\cos xdx =$ | | |
| | | |
| | | |

1.3. $\int (2x-1)e^x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int (2x-1)e^x dx =$ | | |
| | | |
| | | |

1.4. $\int x\cos xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int x\cos xdx =$ | | |
| | | |

1.5. $\int \ln xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int \ln xdx =$ | | |
| | | |
| | | |

1.6. $\int x\sqrt{x+1}dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x\sqrt{x+1}dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.7. $\int x\ln xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x\ln xdx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.8. $\int x\ln 3xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x\ln 3xdx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.9. $\int \sqrt{x} \ln x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int \sqrt{x} \ln x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.10. $\int x^2 \ln x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x^2 \ln x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.11. $\int x e^x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x e^x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |

1.12. $\int x \sec^2 x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int x \sec^2 x dx =$ | | |
| | | |
| | | |

2. Calcule as integrais abaixo

2.1. $\int xe^{-2x} dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int xe^{-2x} dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.2. $\int xe^{4x} dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int xe^{4x} dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.3. $\int (\ln x)^2\, dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u\,dv = uv - \int v\,du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| $\int (\ln x)^2\, dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.4. $\int (2x-3)e^{1-3x}\, dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u\,dv = uv - \int v\,du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int (2x-3)e^{1-3x}\, dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.5. $\int xsen5xdx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int xsen5xdx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.6. $\int xe^{2x}dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int xe^{2x}dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.7. $\int x(\ln x)^2 dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int x(\ln x)^2 dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

2.08. $\int e^{-x} sen2x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int e^{-x} sen2x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3. Calcule as integrais abaixo

3.1. $\int arctgx dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int arctgx dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3.2. $\int x^2 e^x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| $\int x^2 e^x dx =$ | | |

3.3. $\int (x+3)^2 e^x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int (x+3)^2 e^x dx =$ | | |

3.4. $\int \cos^3 x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int \cos^3 x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3.5. $\int (-3x+1)\cos 5x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int (-3x+1)\cos 5x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3.6. $\int (x+1)\cos 2x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| $\int (x+1)\cos 2x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3.7. $\int x^2 sen x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int u dv = uv - \int v du$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| $\int x^2 sen x dx =$ | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Respostas:

1.1. $-x\cos x + senx + c$

1.2. $(3x+7)senx + 3\cos x + c$

1.3. $e^x(2x-3)+c$

1.4. $xsenx + \cos x + c$

1.5. $x(\ln x - 1) + c$

1.6. $\frac{2x}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(x+1)^{\frac{5}{2}} + c$

1.7. $\frac{x^2}{2}(\ln x - \frac{1}{2}) + c$

1.8. $\frac{x^2}{2}(\ln 3x - \frac{1}{2}) + c$

1.9. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(\ln x - \frac{2}{3}) + c$

1.10. $\frac{x^3}{3}(\ln x - \frac{1}{3}) + c$

1.11. $e^x(x-1)+c$

1.12. $xtgx + \ln|\cos x| + c$

2.1. $-\frac{1}{2e^{2x}}(x+\frac{1}{2})+c$

2.2. $\frac{e^{4x}}{4}(x-\frac{1}{4})+c$

2.3. $x.\left[(\ln x)^2 - 2\ln x + 2\right] + c$

2.4. $-\frac{1}{3}e^{1-3x}(2x-\frac{7}{3})+c$

2.5. $\frac{-x}{5}\cos 5x + \frac{1}{25}sen5x + c$

2.6. $\frac{e^{2x}}{2}(x-\frac{1}{2})+c$

2.7. $\frac{x^2}{2}.\left[(\ln x)^2 - \ln x + \frac{1}{2}\right]+c$

2.8. $-\frac{1}{5e^x}\left(sen2x - 2\cos 2x\right)+c$

3.1. $xarctgx - \frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

3.2. $e^x(x^2-2x+2)+c$

3.3. $e^x(x^2+4x+5)+c$

3.4. $\cos^2 xsenx + \frac{2sen^3x}{3}+c$

3.5. $\frac{-3x+1}{5}sen5x - \frac{3}{25}\cos 5x + c$

3.6. $(x+1)(\frac{sen2x}{2}) + \frac{1}{4}\cos 2x + c$

3.7. $-x^2\cos x + 2xsenx + 2\cos x + c$

# 2. Integral definida

## 2.1. Teorema Fundamental do Cálculo

Se $f(x)$ é contínua em um intervalo fechado $[a,b]$ e se $F(x)$ é qualquer primitiva de $f(x)$, então $\int_a^b f(x).dx = F(b) - F(a)$.

### 2.1.1. Exemplos

1. $\int_0^3 x dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^3 = \frac{3^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{9}{2}$

2. $\int_{-2}^{4}\left(\frac{1}{2}x+3\right)dx = \left.\frac{x^2}{4}+3x\right|_{-2}^{4} = \left(\frac{4^2}{4}+3.4\right)-\left(\frac{(-2)^2}{4}+3(-2)\right) = 16+5 = 21 u.a.$

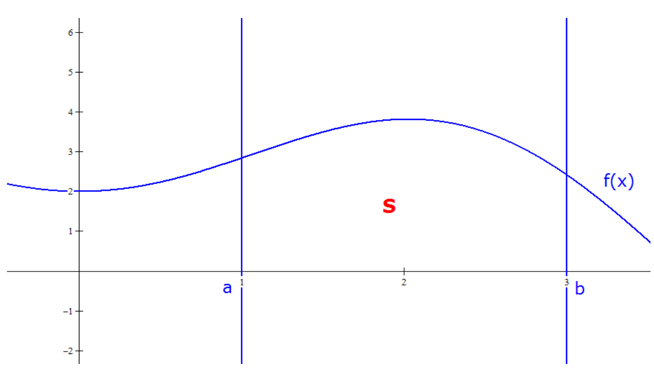
3. $\int_{-1}^{2} x^4 dx = \left.\frac{x^5}{5}\right|_{-1}^{2} = \frac{2^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5} = \frac{32}{5} + \frac{1}{5} = \frac{33}{5}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \left. sen x\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = sen\frac{\pi}{2} - sen 0 = 0 - 1 = 1$

### 2.1.2. Integral indefinida e cálculo de área

Quando a função $f(x)$ é continua e não negativa em $[a,b]$, a integral definida coincide com o valor da área S limitada pela curva. Para os exemplos 1 e 2 acima calculamos a área da região S.

Definição: dada uma função contínua $f(x) \geq 0$, a área entre a curva, o eixo das abscissas e as retas $x = a$ e $x = b$ é chamada integral definida de $f$ entre os limites $a$ e $b$ $(a > b)$, que se escreve $\int_a^b f(x).dx$. Os números a e b são limites de integração, em que a é o limite inferior e b o limite superior.

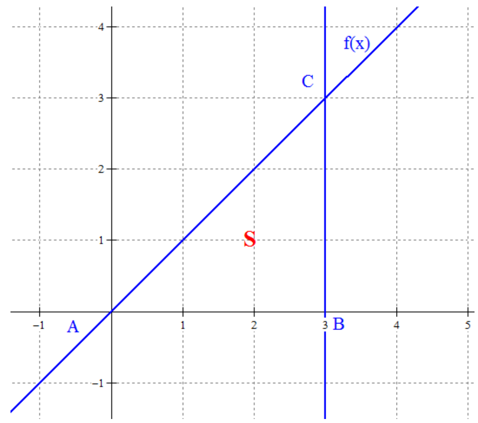


Obs:
A integral definida é um número que representa a área abaixo da curva.
A integral indefinida é uma função, isto é, é uma familia de primitivas.

1. $\int_0^3 x dx$

Função: $f(x) = x$

Gráfico da função




Cálculo da área:

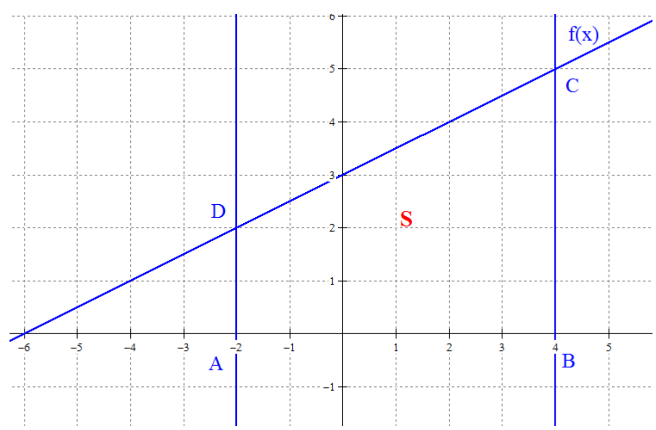
$$\int_0^3 x dx = \frac{b.h}{2} = \frac{3.3}{2} = \frac{9}{2} u.a.$$

Obs: área de um retângulo: $S = \dfrac{b.h}{2}$.

2. $\int_{-2}^4 \left(\frac{1}{2}x + 3\right) dx$

Função: $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 3$

Gráfico da função




Cálculo da área:

$$\int_{-2}^4 \left(\frac{1}{2}x + 3\right) dx = \frac{(B+b).h}{2} = \frac{(5+2).6}{2} = 21 u.a.$$

Obs: área de um trapézio: $S = \dfrac{(B+b).h}{2}$

## 2.2. Teorema

Se $f$ é continua em $[a,b]$, então $f$ é integrável em $[a,b]$.

## 2.3. Propriedades da Integral Definida

Supondo $a>b$, $f(x)$ e $g(x)$ funções contínuas nos respectivos intervalos:

P1 $\int_a^b f(x).dx = -\int_b^a f(x).dx$

P2 $\int_a^b cf(x).dx = c\int_a^b f(x).dx$, c: constante

P3 $\int_a^b [f(x)+g(x)].dx = \int_a^b f(x).dx + \int_a^b g(x).dx$

P4 $\int_a^b [f(x)-g(x)].dx = \int_a^b f(x).dx - \int_a^b g(x).dx$

P5 $\int_a^b f(x).dx = \int_a^c f(x).dx + \int_c^b f(x).dx$, $a<c<b$

P6 $\int_a^a f(x).dx = 0$

P7 $\int_a^b f(x).dx \geq 0$, $f(x)\geq 0$

P8 $\int_a^b f(x).dx \geq \int_a^b g(x).dx$, $f(x)\geq g(x)$ e $x\in[a,b]$

P9 $\left|\int_a^b f(x).dx\right| \leq \int_a^b f(x).dx$

P10 $\int_a^b f(x).dx = (b-a).f(c)$, $a<c<b$

### 2.3.1. Exemplos

1.Verifique se a igualdade é verdadeira $\int_0^2 2\sqrt{x}.dx = -\int_2^0 2\sqrt{x}.dx$

$$\int_0^2 2\sqrt{x}.dx = 2\int_0^2 x^{\frac{1}{2}}.dx = 2.\frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2}\Bigg|_0^2 = \frac{4}{3}.x^{\frac{3}{2}}\Bigg|_0^2 = \frac{4}{3}\left(2^{\frac{3}{2}} - 0^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4}{3}\sqrt[2]{2^3} = \frac{8}{3}\sqrt[2]{2}$$

$$-\int_2^0 2\sqrt{x}.dx = -2\int_2^0 x^{\frac{1}{2}}.dx = -2.\frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2}\Bigg|_2^0 = -\frac{4}{3}.x^{\frac{3}{2}}\Bigg|_2^0 = -\frac{4}{3}\left(0^{\frac{3}{2}} - 2^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{4}{3}\sqrt[2]{2^3} = \frac{8}{3}\sqrt[2]{2}$$

2. Calcule as integrais definidas:

2.1. $\int_{-2}^{3} 7x.dx$

$$\int_{-2}^{3} 7x.dx = 7\int_{-2}^{3} x.dx = 7.\frac{x^2}{2}\Big|_{-2}^{3} = 7(\frac{3^2}{2} - \frac{(-2)^2}{2}) = 7(\frac{9}{2} - \frac{4}{2}) = 7(\frac{5}{2}) = \frac{35}{2}$$

2.2. $\int_{0}^{2} (5x^3 - 3x + 6)dx$

$$\int_{0}^{2} (5x^3 - 3x + 6)dx = \int_{0}^{2} 5x^3 dx - \int_{0}^{2} 3xdx + \int_{0}^{2} 6dx = 5\int_{0}^{2} x^3 dx - 3\int_{0}^{2} xdx + 6\int_{0}^{2} dx =$$

$$= 5.\frac{x^4}{4}\Big|_{0}^{2} - 3.\frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{2} + 6.x\Big|_{0}^{2} = 5.\frac{2^4}{4} - 3.\frac{2^2}{2} + 6.2 = 20 - 6 + 12 = 26$$

2.3. $\int_{2}^{10} \frac{5}{\sqrt{5x-1}} dx$

<u>1º modo</u>: calcular a integral indefinida pelo método da substituição e, na sequência calcular a integral definida.

$u = 5x - 1$

$du = 5dx$

$$\int \frac{5}{\sqrt{5x-1}} dx = \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int u^{\frac{-1}{2}} du = \frac{u^{\frac{1}{2}}}{1/2} + c = 2\sqrt{u} + c = 2\sqrt{5x-1} + c$$

$$\int_{2}^{10} \frac{5}{\sqrt{5x-1}} dx = 2\sqrt{5x-1}\Big|_{2}^{10} = 2(\sqrt{5.10-1} - \sqrt{5.2-1}) = 2(7-3)2.4 = 8$$

<u>2º modo</u>: calcular a integral pelo método da substituição e, na sequência, recalcular os limites de integração na integral definida.

| | Na integral (variável x) | Na integral (variável u) |
|---|---|---|
| $u = 5x - 1$ | $x = 2$ | $u = 5.2 - 1 \Rightarrow u = 9$ |
| $du = 5dx$ | $x = 10$ | $u = 5.10 - 1 \Rightarrow u = 49$ |

$$\int_{2}^{10} \frac{5}{\sqrt{5x-1}} dx = \int_{9}^{49} \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{u^{\frac{1}{2}}}{1/2}\Big|_{9}^{49} = 2.u^{\frac{1}{2}}\Big|_{9}^{49} = 2(49^{\frac{1}{2}} - 9^{\frac{1}{2}}) = 2(7-3) = 2.4 = 8$$

## 2.4. Exercícios

1.Calcule as seguintes integrais definidas:

1.1. $\int_{-1}^{2} x(1+x^3)dx =$

1.2. $\int_{-3}^{0} (x^2 - 4x + 7)dx =$

1.3. $\int_{1}^{2} \frac{dx}{x^6} =$

1.4. $\int_{4}^{9} 2t\sqrt{t}dt =$

1.5. $\int_{1}^{2} \frac{dx}{x^5} =$

1.6. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} senx dx =$

1.7. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx =$

1.8. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (senx + \cos x) dx =$

1.9. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx =$

2.Calcule as seguintes integrais definidas pelo método da substituição:

2.1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{3y+1}}$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2.2. $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{x^3+9}}$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2.3. $\displaystyle\int_{-2}^0 \frac{v^2dv}{(v^3-2)^2}$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2.4. $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^3}$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2.5. $\int_0^4 (2x+1)^{-\frac{1}{2}}dx$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

2.6. $\int_1^5 \sqrt{2x-1}dx$

| $u =$ | $du =$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

3.Calcule as seguintes integrais definidas pelo método de integração por partes:

3.1. $\int_1^2 x \ln x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

3.2. $\int_1^3 xe^x dx$

| | | |
|---|---|---|
| $u =$ | $du =$ | $\int udv = uv - \int vdu$ |
| $dv =$ | $v =$ | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Respostas:

1.1. $\frac{81}{10}$

1.2. $48$

1.3. $\frac{31}{160}$

1.4. $\frac{844}{5}$

1.5. $\frac{15}{64}$

1.6. $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

1.7. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

1.8. $2$

1.9. $\frac{\pi}{2}+1$

2.1. $\frac{2}{3}$

2.2. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\left(\sqrt{5}-2\right)$

2.3. $\frac{2}{15}$

2.4. $\frac{5}{36}$

2.5. $2$

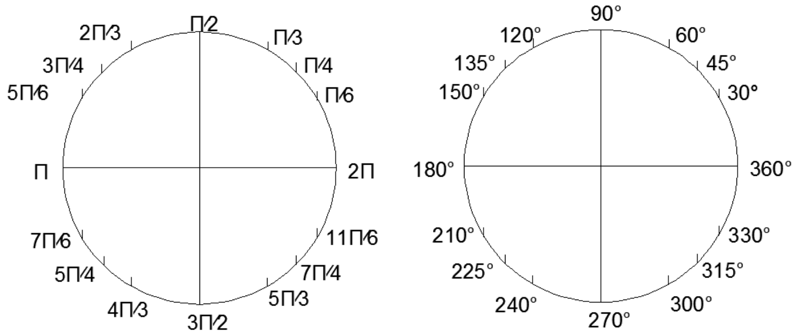
2.6. $\frac{26}{3}$

3.1. $2\ln 2-\frac{3}{4}$

3.2. $2e^{3}$

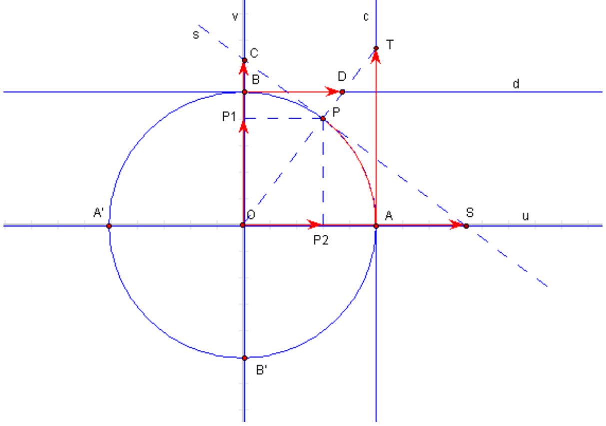
## 2.5. Anexo – Revisão Logaritmo e Trigonometria

CICLO TRIGONOMÉTRICO




| RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS ESPECIAIS | | | |
|---|---|---|---|
| | 30º $(\Pi/6)$ | 45º $(\Pi/4)$ | 60º $(\Pi/3)$ |
| Seno | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| Cosseno | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| Tangente | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $1$ | $\sqrt{3}$ |
| Cotangente | $\sqrt{3}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS:




Seno de x é a ordenada $\overline{OP1}$ do ponto P em relação ao sistema uOv.

Cosseno de x é a abscissa $\overline{OP2}$ do ponto P em relação ao sistema uOv.

Sendo $x \neq \frac{\pi}{2}$ e $x \neq \frac{3\pi}{2}$, tangente de x é a medida algébrica de $\overline{AT}$.

Sendo $x \neq \{0, \pi, 2\pi\}$, cotangente de x é a medida algébrica de $\overline{BD}$.

Sendo $x \neq \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$, considerando s tangente ao ciclo em P e, sendo S sua intersecção com u, secante de x é a abscissa $\overline{OS}$ do ponto S.

Sendo $x \neq \{0, \pi, 2\pi\}$, considerando s tangente ao ciclo em P e, sendo S sua intersecção com v, cossecante de x é a ordenada $\overline{OC}$ do ponto C.

Resumo:

| x | 0 | + | $\frac{\pi}{2}$ | + | $\pi$ | - | $\frac{3\pi}{2}$ | - | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| sen x | 0 | cresce | 1 | decresce | 0 | decresce | - 1 | cresce | 0 |
| cos x | 1 | decresce | 0 | decresce | -1 | cresce | 0 | cresce | 1 |
| tg x | 0 | cresce | Não existe | cresce | 0 | cresce | Não existe | cresce | 0 |
| cotg x | não existe | decresce | 0 | decresce | não existe | decresce | 0 | decresce | não existe |
| sec x | 1 | cresce | Não existe | cresce | -1 | decresce | Não existe | decresce | 1 |
| cossec x | Não existe | decresce | 1 | cresce | não existe | cresce | -1 | decresce | não existe |

LOGARITMO:

Definição: Se $a, b \in R$, $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

Conseqüências:

a. $\log_a 1 = 0$

b. $\log_a a = 1$

c. $a^{\log_a b} = b$

Propriedades:

a. logaritmo do produto: $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$

b. Logaritmo do quociente: $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

c. Logaritmo da potência: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$